

## ГЕОРГИЮ ГЕОРГИЕВИЧУ МАГАРИЛ-ИЛЬЯЕВУ 60 ЛЕТ

В этом году исполнилось 60 лет нашему другу Георгию Георгиевичу Магарил-Ильяеву. Пользуясь случаем, мы хотим сказать несколько слов о нем, как о математике и человеке. В ранние годы математика не была в числе его интересов, он поступил в Московский институт нефтехимической и газовой промышленности и, окончив его, стал работать в научно-исследовательском институте. Осознав необходимость дополнительных знаний по математике, он стал посещать лекции в Московском университете (многие из которых читали выдающиеся математики) и семинар В. М. Тихомирова по теории приближений и экстремальным задачам. И лекции, и участие в работе семинара оказали сильное воздействие на Георгия Георгиевича. В 1970 году он поступил на вечернее отделение мех-мата МГУ, окончил его с отличием и с тех пор математика стала его основной профессией. В настоящее время Г. Г. Магарил-Ильяев профессор кафедры высшей математики Московского государственного института радиотехники, электроники и автоматики и по совместительству профессор кафедры общих проблем управления Московского университета и заведующий отделом выпуклого анализа Института прикладной математики и информатики Владикавказского научного центра РАН. Он активно работающий математик, им опубликовано более 90 научных работ, среди которых две монографии.

Научные интересы Георгия Георгиевича связаны с функциональным анализом, теорией приближений и теорией экстремальных задач. Расскажем здесь о нескольких направлениях его творчества.

1. *Вложение функциональных классов.* Общая задача о вложении классов дифференцируемых функций на  $\mathbb{R}^n$  может быть описана так: про обобщенную функцию  $x(\cdot)$  на  $\mathbb{R}^n$  известно, что она имеет набор гладкостей  $\{(\alpha^i = (\alpha_1^i, \dots, \alpha_n^i), p_i = (p_1^i, \dots, p_n^i))\}_{i=1}^N$ , т.е.  $\alpha^i$ -ая производная принадлежит пространству  $L_{p^i}(\mathbb{R}^n)$ ,  $1 \leq i \leq N$ . Спрашивается, как описать совокупность *всех* гладкостей, которыми обладает функция  $x(\cdot)$ ? Г. Г. Магарил-Ильяев для случая, когда  $1 < p_k^i < \infty$  по набору  $\{(\alpha^i, p^i)\}_{i=1}^N$  построил полиэдр в  $\mathbb{R}^{2n}$ , точки которого и только они являются точками гладкости функции  $x(\cdot)$ . Этот результат обобщает ряд известных утверждений о вложении классов гладких функций на  $\mathbb{R}^n$ .

2. *Неравенства для производных колмогоровского типа.* Эта тематика, берущая начало от исследований Э. Ландау, Г. Харди,

Д. Литтлвуда, Г. Пойф, А. Н. Колмогорова и др., имеет разнообразные приложения в анализе. Г. Г. Магарил-Ильяеву принадлежит заметная доля среди точно решенных задач о подобных неравенствах. Особенностью его подхода явилось использование общих методов теории экстремума и теории двойственности в выпуклом анализе. В работе, совместной с А. П. Буслаевым и В. М. Тихомировым доказана весьма нестандартная теорема существования решения в задаче о неравенствах для производных колмогоровского типа.

Эти два круга вопросов легли в основу кандидатской диссертации Г. Г. Магарил-Ильяева, защищенной в 1980 году под руководством В. М. Тихомирова.

В основе докторской диссертации была разработка нового направления в теории аппроксимации, которое можно озаглавить так:

3. *Наилучшие приближения некомпактных классов функций.* Развивая идеи К. Шеннона и А. Н. Колмогорова о средней  $\varepsilon$ -энтропии (на единицу времени) для стохастических и детерминированных процессов на прямой, Г. Г. Магарил-Ильяев ввел понятия средней размерности пространства и оператора среднего ранга, что позволило ему определить средний поперечник по Колмогорову и средний линейный поперечник — аналоги  $n$ -поперечника по Колмогорову и линейного  $n$ -поперечника. В итоге была построена теория средних поперечников функциональных классов, где возможно количественное сравнение приближения некомпактных классов различными бесконечномерными подпространствами. В ряде важных случаев были найдены точные значения средних поперечников и описаны экстремальные подпространства и операторы.

В последние годы Г. Г. Магарил-Ильяев уделяет значительное внимание теме

4. *Оптимальное восстановление линейных функционалов и операторов.* Концепция оптимального восстановления охватывает, в принципе, всю проблематику теории приближений. Задачи оптимального восстановления линейных функционалов и операторов оказываются тесно связанными с задачами о наилучшем приближении индивидуальных элементов и классов функций фиксированными средствами или методами аппроксимации, с задачами о неравенствах для производных и т.п. Г. Г. Магарил-Ильяев в достаточно общей ситуации получил принципиальный результат о том, что оптимальный метод восстановления линейного функционала является множителем Лагранжа для некоторой выпуклой задачи, для которой задача оптимального восстановления является двойственной.

На основе общих принципов теории экстремума и выпуклой двойственности Г. Г. Магарил-Ильяев и К. Ю. Осипенко получили

в последние годы ряд точных результатов о восстановлении линейных функционалов и операторов на различных классах гладких и аналитических функций. Найдены, в частности, явные выражения для оптимальных методов восстановления функций и их производных в различных метриках по неполной и неточной информации о спектре функции. Эти результаты имеют важное прикладное значение (указаны, например, точные границы на спектр, знание которого за пределами этих границ не приводит к уменьшению погрешности). Получены новые точные неравенства для производных колмогоровского типа, где норма промежуточной производной оценивается через норму преобразования Фурье функции и норму старшей производной.

5. *Экстремальные задачи и выпуклый анализ.* На протяжении примерно последних двадцати лет Георгием Георгиевичем совместно с В. М. Тихомировым продумывались многие задачи теории приближений (критерии элементов наилучших приближений, неравенства для производных полиномов и гладких функций, восстановление функционалов и операторов и т.д.) с точки зрения общих принципов теории экстремума и выпуклого анализа. Как определенный итог этих исследований были написаны книги: Г. Г. Магарил-Ильяев, В. М. Тихомиров “Выпуклый анализ и его приложения”. Москва, УРСС, вышедшая двумя изданиями (2000 и 2003 г.г.) и G. G. Magaril-Ilyayev, V. M. Tikhomirov “Convex Analysis: Theory and Applications”. Translations of Math. Monographs, vol. 222, AMS, Providence, RI, 2003.

В заключение скажем несколько слов о личных качествах Георгия Георгиевича. Все, кто с ним общался, знают, что он общителен, остроумен и доброжелателен. Научные и человеческие контакты с ним отличаются особой атмосферой, сочетающей серьезность обсуждения с шуткой. Порой напряженные моменты споров и дискуссий он умело может разрядить, рассказав веселую историю или анекдот. Георгий Георгиевич с большой самоотдачей и добротой относится к своим коллегам, ученикам и студентам. Мы хотим пожелать ему творческих успехов, здоровья и благополучия.

*А. В. Арутюнов, А. П. Буслаев, Э. М. Галеев,  
М. Л. Гольдман, В. Б. Демидович, А. Г. Кусраев,  
С. С. Кутателадзе, К. Ю. Осипенко, В. М. Тихомиров.*